

# מתמטיקה 70943-15

פרק 21 - המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

תוכן העניינים

1. המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

## המשפט היסודי של החדו"א (גזרת האינטגרל)

### שאלות

בשאלות 1 ו-2, על סמך המשפט היסודי של החדו"א, הוכיחו כי אם  $f$  רציפה ו-  $a(x), b(x)$  גזירות, אז:

$$I(x) = \int_a^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) \quad (1)$$

$$I(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x) \quad (2)$$

גזרו את הפונקציות בשאלות 3-6:

$$I(x) = \int_1^{x^3} \frac{\ln t}{t^2} dt \quad (4)$$

$$I(x) = \int_2^x e^{-t^2} dt \quad (3)$$

$$I(x) = \int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} \quad (6)$$

$$I(x) = \int_2^{x^3+x} t \ln t dt \quad (5)$$

$$7) \text{ חשבו את הגבול} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x-4} \int_4^x e^{t^2} dt$$

$$8) \text{ חקרו את הפונקציה} F(x) = \int_0^x (t+1)^4 (t-1)^{10} dt, \text{ לפי הפירוט הבא:}$$

תחום הגדרה, נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול ותחומי קמירות וקעירות.

### תשובות סופיות

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

$$I'(x) = e^{-x^2} \quad (3)$$

$$I'(x) = \frac{\ln(x)^3}{(x^3)^2} \cdot 3x^2 \quad (4)$$

$$I'(x) = (x^3 + x)(3x^2 + 1) \ln(x^3 + x) \quad (5)$$

$$I'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^8}} - \frac{3x^2}{\sqrt{1+x^{12}}} \quad (6)$$

$$4e^{16} \quad (7)$$

(8) תחום הגדרה: כל  $x$ .

נקודות קיצון: אין קיצון, עולה לכל  $x$ .

$$\text{נקודות פיתול: } x = -1, 1, -\frac{3}{7}$$

תחומי קמירות:  $-1 < x < -\frac{3}{7}$ ,  $x > 1$

תחומי קעירות:  $x < -1$ ,  $-\frac{3}{7} < x < 1$